

УДК 004:33(075.8)

К. Р. Адамадиев, Н. Р. Гасанова

Дагестанский государственный университет, Республика Дагестан, г. Махачкала,
email: adamadziev@mail.ru

ВЫЯВЛЕНИЕ И ОЦЕНКА ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ КЛЮЧЕВЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ АДМИНИСТРАТИВНЫХ РАЙОНОВ РЕГИОНА С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛЕЙ С ЛАГОВЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

Ключевые слова: экономика, показатель, взаимосвязи, административный район, модель, лаговые переменные

По данным трех ключевых показателей (валового регионального продукта, стоимости основных фондов и численности населения занятого в экономике) для совокупности 37 административных районов Республики Дагестан за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг. построены модели линейного и степенного видов с лаговыми переменными и проведен анализ их параметров и статистических характеристик. Разработаны математическая и компьютерная модели, с помощью которых с использованием встроенных функций MS Office автоматически выполняются все необходимые расчеты: параметры и статистические характеристики для каждой модели; модели включают совокупность таблиц с исходными, промежуточными и аналитическими данными, расчетные формулы встроенные в ячейки таблиц. Проведен анализ всех созданных компонентов математической и компьютерной моделей.

K. R. Adamadziyev, N. R. Gasanova

Dagestan State University, Republic of Dagestan, Makhachkala, email: adamadziev@mail.ru

IDENTIFICATION AND ASSESSMENT OF RELATIONSHIP BETWEEN KEY INDICATORS OF ADMINISTRATIVE AREAS OF A REGION USING MODELS WITH LAG VARIABLES

Keywords: economy, indicator, relationship, administrative region, model, lagged variables

According to three key indicators (gross regional product, the value of fixed assets and the number of people employed in the economy) for a total of 37 administrative districts of the Republic of Dagestan for 2015, 2016, 2017 and 2018. models of linear and power types with lagged variables are constructed and their parameters and statistical characteristics are analyzed. Mathematical and computer models have been developed, with the help of which, using the built-in functions of MS Office, all the necessary calculations are automatically performed: parameters and statistical characteristics for each model; models include a set of tables with initial, intermediate and analytical data, calculation formulas embedded in table cells. The analysis of all the created components of the mathematical and computer models has been carried out.

Особую аналитическую ценность при проведении экономических исследований представляют показатели совокупностей однотипных экономических объектов (предприятий, административных районов региона, регионов, федеральных округов и др.). При этом, чем больше количество объектов в совокупности, чем больше количество рассматриваемых показателей, чем выше уровень управления, для которого проводятся аналитические исследования, тем ценнее получаемые результаты.

Для органов регионального управления к числу приоритетных задач относится анализ взаимосвязей между экономическими показателями административных районов за разные временные периоды. При этом, чем больше ад-

министративных районов в регионе, тем ценнее исследования их совокупностей.

Цель исследования

Настоящее исследование посвящено выявлению и оценке корреляционно-регрессивных взаимосвязей между тремя ключевыми показателями в экономике: объемами валового регионального продукта (ВРП, млн.руб.), основных фондов (К, млн.руб.) и численности населения, занятого в экономике (L, чел.) по данным административных районов Республики Дагестан

Материалы и методы исследования

По статистическим материалам Дагстата собраны данные трех ключевых показателей административных районов

Республики Дагестан за четыре временных периода (2015, 2016, 2017 и 2018 гг.): валового регионального продукта (ВРП, млн.руб.), стоимости основных фондов (К, млн.руб.) и численности населения, занятого в экономике (L, чел.). Разработан комплекс таблиц с исходными, промежуточными и аналитическими данными. Созданы математическая и компьютерная модели для выполнения всех расчетов и обработки информации. Построены модели авторегрессии и с распределенным лагом времени, т.е. рассчитаны параметры и статистические характеристики, а также проведен их анализ.

Для этого нами созданы таблицы с исходными данными административных районов Республики Дагестан с величинами валового регионального продукта и стоимости основных фондов и численности населения, занятого в экономике за четыре года.

Модели с лагом времени можно и целесообразно строить не только по данным рядов динамики, но и по пространственным данным. Чтобы построить модели с лагом времени по пространственным данным, исходные данные требуется организовать в виде таблиц 1 и 2. Таблица 1 предназначена для построения моделей авторегрессии по данным валового регионального продукта (ВРП), а таблица 2 – для построения моделей с распределенным лагом времени, выражающие зависимость ВРП от стоимости основных фондов с лагом времени длиной 1; длиной 1,2 и длиной 1,2,3.

Естественно, нет необходимости в приведении данных этих таблиц полностью. Поэтому в таблице 1 приведен фрагмент с величинами валового регионального продукта за четыре года для построения моделей авторегрессии, а в таблице 2 – фрагмент с величинами валового регионального продукта за 2018 г. и стоимости основных фондов за четыре года (2015, 2016, 2017 и 2018 гг.).

Экономика большинства административных районов РД представлена сельским хозяйством, для которого из-за погодных и климатических условий периодически бывают иногда не благоприятные (низкоурожайные), а иногда благоприятные (высокоурожайные) годы. В силу сказанному ВРП и другие ключевые показатели в от-

дельные годы могут быть значительно (в разы) большими или меньшими, чем за ряд других лет.

Поэтому из 41-го административных районов РД четыре района нами исключены из рассмотрения; исследование проведено по данным 37 районов РД.

Данные, приведенные в таблице 1 и 2, являются пространственными данными. Модели, которые можно построить по данным таблицы 1, с нашей точки зрения, тоже могут называться моделями авторегрессии с лагом времени. В зависимости от длины лага времени по данным вида таблицы 1 можно построить шесть разных моделей: три модели с длиной лага времени, равной единице (Y_{2016} от Y_{2015} ; Y_{2017} от Y_{2016} ; Y_{2018} от Y_{2017}); две модели с длиной лага, равной двум (Y_{2017} от Y_{2015} , Y_{2016} ; Y_{2018} от Y_{2016} , Y_{2017}) и одну модель с длиной лага, равной трем (Y_{2018} от Y_{2015} , Y_{2016} , Y_{2017}). Такие модели нами построены для совокупности 37 административных районов РД.

Отметим, что построение не одной, а нескольких моделей по данным за разные временные периоды и с разной длиной лага времени целесообразно, поскольку по каждой модели можно получить полезную для анализа и принятия управленческих решений различную информацию.

Результаты исследования и их результаты

Построить модель означает рассчитать ее параметры и статистические характеристики. Рассчитать их вручную – задача практически не реализуемая. С появлением вычислительной техники и соответствующих программных средств, в т.ч. прикладных (например, MS Office) все расчеты, связанные с построением корреляционно-регрессивных моделей удалось автоматизировать. Необходимые для настоящего исследования расчеты нами выполнены с помощью встроенных математических и статистических функций из «Мастера функций» в MS Excel. В таблице 3 приведены величины четырех статистических характеристик для построенных нами моделей авторегрессии линейного и степенного видов (sey , r^2 , F , A), а также среднее значение ВРП для зависимой переменной ($срзн$).

Таблица 1

Фрагмент таблицы с величинами ВРП для построения моделей авторегрессии с лаговыми переменными по данным административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг., млн.руб.

№	Наименование районов	2015	2016	2017	2018
		Y_{t-3}	Y_{t-2}	Y_{t-1}	Y_t
1	Агульский	163,1	191,5	185,9	191,2
2	Акушинский	243,6	295,2	290,9	407,0
...	...	...	...	...	...
36	Чародинский	326,9	330,3	329,3	248,5
37	Шамильский	399,3	434,7	422,6	429,0
	Срзнач	764,9	815,4	873,6	936,0

Таблица 2

Фрагмент таблицы с величинами ВРП и стоимости основных фондов 37 административных районов РД для построения моделей с распределенным лагом времени по данным за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг., млн.руб.

		2015	2016	2017	2018	2018
	Наименование районов	Ст-ть ОФ	Ст-ть ОФ	Ст-ть ОФ	Ст-ть ОФ	ВРП
		K_{t-3}	K_{t-2}	K_{t-1}	K_t	Y_t
1	Агульский	87	101	98	101	191,2
2	Акушинский	148	174	172	230	407,0
...	...	...	...	...	...	...
36	Чародинский	170	171	171	131	248,5
37	Шамильский	214	232	226	229	429,0
	Срзнач	402	428	457	488	936,0

Таблица 3

Величины четырех статистических функций (sey , r^2 , F , A) для построенных нами моделей авторегрессии линейного и степенного видов, а также среднее значение ВРП для зависимой переменной (срзнач)

	Y_{2016} от Y_{2015}	Y_{2017} от Y_{2016}	Y_{2018} от Y_{2017}	Y_{2017} от Y_{2016}^*	Y_{2018} от Y_{2016}^*	Y_{2018} от $Y_{2015}^*, Y_{2016}^*, Y_{2017}$
линейн						
r^2	0,9596	0,9633	0,9804	0,9653	0,9809	0,9810
sey	121,5	116,1	93,5	114,6	93,6	94,8
F	832,3	919,4	1755,1	473,3	875,0	568,0
$A, \%$	14,9	12,34	9,99	12,18	10,00	10,13
$Y_{ср}$	815,4	940,9	936,0	940,9	936,0	936,0
степен						
r^2	0,9331	0,9408	0,9796	0,9462	0,9797	0,9797
sey	0,0789	0,0730	0,0444	0,0706	0,0450	0,0457
F	488,4	555,9	1684,7	298,9	820,0	531,0
$A, \%$	2,81	2,56	1,55	2,48	1,57	1,59
$Y_{ср}$	2,8084	2,8453	2,8681	2,8453	2,8681	2,8681

В соответствии с данными статистических характеристик из таблицы 3 все 12 моделей авторегрессии (как линейные, так и степенного вида) по всем четырем статистическим характеристикам являются приемлемыми.

Величина индекса детерминации (r^2) для моделей авторегрессии с лагом времени равным единице в трех построенных нами моделях авторегрессии при росте фактора времени (в динамике) увеличивается, хотя и незначительно. Стандартная ошибка (seu) и средняя ошибка аппроксимации (A,%) уменьшаются, что является фактом положительным.

Для линейных моделей индекс детерминации (r^2) чуть выше, чем для степенных, но средняя ошибка аппроксимации (A,%), наоборот для степенных меньше, чем для линейных.

Перейдем к анализу параметров моделей авторегрессии. В таблице 4 приведены величины параметров (b , m_1 , m_2 , m_3) для построенных нами моделей авторегрессии линейного и степенного видов с лагом времени по данным ВРП административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.

В нормально (эффективно) функционирующей экономике параметр (m) уравнений авторегрессии при лаге времени равной единице в динамике должен расти. В нашем случае в ли-

нейных моделях авторегрессии для зависимостей Y_{2016} от Y_{2015} ; Y_{2017} от Y_{2016} ; Y_{2018} от Y_{2017} параметр (m) для 2-й модели оказался меньше, чем для 1-й, а для 3-й модели больше, чем для 1-й и 2-й. Но в моделях степенного вида с увеличением фактора времени (при лаге=1) параметр увеличился с 0,9362 для Y_{2016} от Y_{2015} до 1,0284 для Y_{2018} от Y_{2017} . Если параметр при лаговой переменной больше 1,0, то это означает, что ВРП в текущий момент времени имел тенденцию к уменьшению по сравнению с предыдущим моментом.

В административных районах РД, в экономике которых преобладает производство сельхоз продукции такая ситуация может иметь место.

Сформулируем несколько выводов по данным таблицы 4:

а) в одной из трех моделей с лагом времени, равным единице (3-я модель), параметр (b) оказался отрицательным, а в двух других положительным;

б) из двух моделей с лагом времени, равным двум (4-я и 5-я модели), в 5-й модели два параметра из трех (b , m_1) оказались отрицательными;

в) в модели с лагом времени, равным трем (6-я модель) три параметра из четырех также оказались отрицательными. Выявить причины различия не только в величинах параметров, но и в их знаках (+, -), – задача достаточно не простая.

Таблица 4

Величины параметров (b , m_1 , m_2 , m_3) для построенных нами моделей авторегрессии линейного и степенного видов с лаговыми переменными по данным ВРП административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.

	Y_{2016} от Y_{2015}	Y_{2017} от Y_{2016}	Y_{2018} от Y_{2017}	Y_{2017} от Y_{2015}	Y_{2018} от Y_{2016}	Y_{2018} от Y_{2015} , Y_{2016} , Y_{2017}
	1	2	3	4	5	6
линейн						
b	34,1	71,6	-17,6	71,9	-22,8	-23,6
m₁	1,0214			0,2325	-0,1292	-0,0485
m₂		0,9837		0,7653	1,2181	-0,0948
m₃			1,0916			1,2294
сумм	1,0214	0,9837	1,0916	0,9978	1,0889	1,0861
степен						

продолжение табл. 4

окончание табл. 4						
	Y_{2016} от Y_{2015}	Y_{2017} от Y_{2016}	Y_{2018} от Y_{2017}	Y_{2017} от Y_{2015}	Y_{2018} от Y_{2016}	Y_{2018} от Y_{2015}
lgb	0,2098	0,1693	-0,0578	0,1756	-0,0578	-0,0568
b	1,6211	1,4766	0,8753	1,4984	0,8754	0,8774
m_1	0,9362			0,2707	0,0297	0,0128
m_2		0,9528		0,6830	0,9991	0,0210
m_3			1,0284			0,9948
сумм	0,9362	0,9528	1,0284	0,9537	1,0288	1,0286

В моделях степенного вида все параметры во всех моделях являются положительными. Но и здесь возникают вопросы, связанные с ростом параметра (m) при лаге времени равным единице: в 1-й, 2-й, 3-й моделях вроде факт положительный, но в 3-й модели параметр больше единицы, т.е. на 1,0% лаговой переменной Y_{2017} приходится 1,0284% лаговой переменной Y_{2018} , а в 1-й и 2-й моделях меньше 1,0 %.

Ниже приведена математическая запись моделей авторегрессии линейного и степенного видов для показателя ВРП при длине лагов времени 1,2 и 1,2,3, построенных нами по данным административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.

Линейные модели авторегрессии с лаговыми переменными:

$$Y_{2017} = 71,9 + 0,2325 * Y_{2016} + 0,7653 * Y_{2015};$$

$$Y_{2018} = -22,8 - 0,1292 * Y_{2017} + 1,2181 * Y_{2016};$$

$$Y_{2018} = -23,6 - 0,0485 * Y_{2017} -$$

$$0,0948 * Y_{2016} + 1,2294 * Y_{2015}.$$

Модели авторегрессии с лаговыми переменными степенного вида:

$$Y_{2017} = 1,4984 * Y_{2016}^{0,2707} * Y_{2015}^{0,6830};$$

$$Y_{2018} = 0,8754 * Y_{2017}^{0,0297} * Y_{2016}^{0,9991};$$

$$Y_{2018} = 0,8774 * Y_{2017}^{0,0128} * Y_{2016}^{0,0210} * Y_{2015}^{0,9948}.$$

Отметим, что с помощью трех моделей с одной лаговой переменной каждая можно строить модели с двумя-тремя лаговыми переменными путем их суммирования и последующего деления на два и три.

В настоящее время управлять экономическими объектами на всех уровнях управления от предприятий, административных районов, регионов, отраслей экономики, экономикой страны в целом невозможно управлять без выполнения аналитических расчетов и построения экономико-математических методов [см., например, 3; 4; 5; 6 и др.].

Большинство ученых, занимающихся моделированием в экономике, авторегрессионные модели строят в основном для показателей объемов производства продукции в стоимостном выражении [см.3-5 и др.].

Мы считаем, что модели авторегрессии можно строить не только для показателей производства продукции, но и для ресурсных показателей. Такие расчеты, выполненные нами, показали их целесообразность. В частности, с нашей точки зрения модели авторегрессии можно строить для любого из трех рассматриваемых показателей: ВРП, стоимость основных фондов и численности населения занятого в экономике административных районов РД.

Существует и второй вид моделей с лагом времени, в которых в качестве зависимого показателя выступает ВРП, а в качестве показателей с лаговыми переменными стоимость основных фондов за несколько предшествующих моментов времени. Основные фонды представляют собой постоянный капитал, величина которого весьма незначительно меняется (как правило, возрастает) по годам. Ежегодно меняется только их незначительная часть, называемая износом. На предприятиях, организациях, учреждениях и др. экономических объектах создается специ-

альный денежный фонд (инвестиции), за счет которого возмещается износ основных фондов [7;8].

Особенность основных фондов для совокупности однотипных экономических объектов состоит в том, что объем производства продукции в любой момент времени (за любой год) корреляционно зависит не только от объема основных фондов за текущий, но и за предшествующие годы с лагом времени, на наш взгляд, от одного до четырех-пяти лет. Иными словами, аналитический интерес представляет построение моделей с лаговыми переменными по пространственным данным ВРП и основных фондов, которых тоже можно называть моделями с распределенным лагом времени.

По данным выше приведенной таблицы 2 можно построить ряд моделей, выражающих зависимость ВРП от стоимости основных фондов: четыре модели с одной лаговой переменной каждая (Y_t от K_{t-0} ; от K_{t-1} ; от K_{t-2} ; от K_{t-3}); три модели с двумя лаговыми переменными (Y_t от K_{t-0}, K_{t-1} ; от K_{t-1}, K_{t-2} ; от K_{t-2}, K_{t-3}); две модели с тремя лаговыми переменными (Y_t от $K_{t-0}, K_{t-1}, K_{t-2}$; от $K_{t-1}, K_{t-2}, K_{t-3}$) и одну модель с четырьмя переменными (Y_t от $K_{t-0}, K_{t-1}, K_{t-2}, K_{t-3}$). При этом переменную K_t тоже можно назвать лаговой с длиной лага=0 (K_{t-0}). Такие модели называются моделями с распределенным лагом времени для зависимости одного показателя (в нашем случае ВРП) от другого показателя (в нашем случае стоимость основных фондов и/или численность населения занятого в экономике).

В таблице 5 приведены величины статистических характеристик (sey , r^2 , F , A) для построенных нами моделей (линейного и степенного видов) с распределенным лагом времени по данным 37-ми административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.

Как видно из таблицы 5, по величинам статистических характеристик все десять моделей (пять линейных и пять степенных) являются приемлемыми как модели с распределенным лагом времени с длиной лага от 0 до трех: по всем моделям индекс детерминации (r^2) больше 0,99, т.е. корреляционная зависимость является очень высокой;

средняя ошибка аппроксимации ($A, \%$) в девяти случаях (из 10-ти) составляет менее 2,0%, что считается очень низкой (напомним, что при ($A, \%$) меньше 10 % корреляционная зависимость считается «хорошей»).

Заслуживает внимания статистические характеристики для зависимости ВРП в 2018 г. (Y_{2018}) от трех лаговых переменных по основным фондам за 2015, 2016 и 2017 гг. ($K_{2015}, K_{2016}, K_{2017}$), которые заметно отличаются от остальных: r^2 является самым низким, а средняя ошибка аппроксимации ($A, \%$) – самой высокой (в 4 и более раза выше, чем по остальным).

В таблице 6 приведены величины параметров (b, m_1, m_2, m_3, m_4) для построенных нами моделей с распределенным лагом времени линейного и степенного видов, выражающих зависимость ВРП в 2018 г. от стоимости основных фондов при различной длине лага времени (от нуля до трех) по данным административных районов РД за 2015, 2016, 2017, 2018 гг.

Главный интерес в моделях с распределенным лагом времени представляют параметры при лаговых переменных, называемые мультипликаторами. Их можно суммировать (см. таблицу 6).

Как видно из данных таблицы 6, суммарные величины параметров (мультипликаторов) в линейных моделях с распределенным лагом времени находятся в пределах (1,9312 – 2,0957). Разность между максимальным и минимальным значениями составляет 0,1645 или 8,5 % (в процентах к минимальному значению, рассчитываемому по формуле $(0,1645 \cdot 100) / 1,9312$).

Суммарные величины мультипликаторов при лаговых переменных-факторах показывают, на какую величину может увеличиться зависимый показатель Y_t , если все независимые показатели-факторы, выраженные лаговыми переменными, одновременно увеличить на одну абсолютную единицу. Так, согласно модели для зависимости Y_{2018} от K_{2018} и K_{2017} $m_1 + m_2 = 1,9518$ (0,2054+1,7464). Это означает, что если бы стоимость основных фондов в 2017 и 2018 гг. увеличилась на 1 млн.руб., то ВРП в 2018 г. увеличилась бы на 1,9518 млн.руб.

Таблица 5

Величины четырех статистических характеристик (sey , r^2 , F , A) для построенных нами моделей линейного и степенного видов с распределенным лагом времени для зависимости ВРП от стоимости основных фондов по данным 37 административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.

	Y_{2018} от K_{2018}	Y_{2018} от K_{2017}, K_{2018}	Y_{2018} от $K_{2017}, K_{2016}, K_{2018}$	Y_{2018} от $K_{2015}, K_{2016}, K_{2017}, K_{2018}$	Y_{2018} от $K_{2015}, K_{2016}, K_{2017}$
линейн					
r^2	0,9992	0,9993	0,9993	0,9994	0,9854
sey	19,4	17,6	17,9	16,6	83,1
F	41625,6	25226,0	16327,3	14108,1	743,4
$A, \%$	2,07	1,88	1,91	1,78	8,88
$Y_{ср}$	936,0	936,0	936,0	936,0	936,0
степен					
r^2	0,9986	0,9987	0,9988	0,9991	0,9839
sey	0,0116	0,0112	0,0113	0,0098	0,0406
F	25410,3	13484	8882	8781,8	674,2
$A, \%$	0,40	0,39	0,39	0,34	1,42
$Y_{ср}$	2,8681	2,8681	2,8681	2,8681	2,8681

Таблица 6

Величины параметров (b , m_1 , m_2 , m_3 , m_4) моделей с распределенным лагом времени линейного и степенного видов, построенных для зависимости ВРП от стоимости основных фондов по данным административных районов РД за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.

	Y_{2018} от K_{2018}	Y_{2018} от K_{2017}, K_{2018}	Y_{2018} от $K_{2017}, K_{2016}, K_{2018}$	Y_{2018} от $K_{2015}, K_{2016}, K_{2017}, K_{2018}$	Y_{2018} от $K_{2015}, K_{2016}, K_{2017}$
линейн					
b	-7,2065	-10,8300	-10,9377	-12,2100	-35,6647
m_1				-0,1217	-0,2083
m_2			-0,0049	0,0802	-0,0800
m_3		0,2054	0,2113	0,2516	2,3840
m_4	1,9312	1,7464	1,7454	1,7360	
Сумм m_i	1,9312	1,9518	1,9518	1,9461	2,0957
степен					
lgb	0,2335	0,2246	0,2243	0,2182	0,1618
b	1,7120	1,6771	1,6762	1,6528	1,6528
m_1				-0,0782	-0,0577
m_2			0,0210	0,0766	0,0883
m_3		0,0857	0,0668	0,0851	1,0232
m_4	1,0177	0,9362	0,9345	0,9398	
Сумм m_i	1,0177	1,0219	1,0223	1,0233	1,0538

Заслуживает внимания параметры третьей, четвертой и пятой моделей, один-два из которых имеют отрицательный знак. Так, в модели для зависимости Y_{2018} от K_{2015} , K_{2016} , K_{2017} из трех параметров величины двух оказались отрицательными. Но, тем не менее, суммарная величина оказалась максимальной среди пяти рассматриваемых линейных моделей с распределенным лагом времени: $m_1 + m_2 + m_3 = -0,2083 - 0,08 + 2,3840 = 2,0957$.

Одна и та же численность занятых в экономике, как и стоимость основных фондов, является многократно используемым ресурсом, по ценности не уступающим показателю стоимости основных фондов:

- во-первых, использование основных фондов зависит от качества рабочей силы, т.е. знаний, умений, навыков по использованию различных видов основных фондов (зданий, машин, оборудования и др.);

- во-вторых, в процессе использования качество рабочей силы повышается;

- в-третьих, износ основных фондов ежегодно возмещается через повышение квалификации работников.

Численность занятых в экономике в данный момент времени, как и стоимость основных фондов, корреляционно зависит от их величин за несколько предыдущих временных периодов, т.е. имеет место автокорреляция см. таблицу 1). В литературе практически нет исследований, посвященных выявлению и оценке автокорреляции для показателя численности занятых в экономике по пространственным данным для совокупностей однотипных экономических объектов.

В настоящей статье по данным 37 административных районов Республики Дагестан за 2015, 2016, 2017, 2018 гг. нами проведено исследование по выявлению, описанию и анализу автокорреляции по показателю численности занятых в экономике.

Наличие автокорреляции по показателю численности работников можно проверить визуально по табличным данным (фрагмент такой таблицы см. таблицу 7), а также графически. Для этого целесообразно расположить

данные такой таблицы в порядке возрастания численности занятых в экономике за 2015 или 2018 г. (нами это сделано по данным за 2015 г.).

Наличие автокорреляции по показателю численности занятых в экономике следует и из экономической логики – численность работников за каждый момент времени (например, за год) меняется весьма незначительно по сравнению с предыдущим: чуть возрастает при увеличении объемов производства продукции и уменьшается при росте производительности труда и неизменном объеме производства продукции.

Если автокорреляция имеет место, то следует построить модели автокорреляции, т.е. рассчитать параметры и статистические характеристики и провести их анализ. Ни по графикам, ни по таблицам невозможно однозначно определить вид таких моделей. Поэтому следует строить разные виды (линейные и нелинейные) и с разной длиной лага времени. В частности нами были построены линейные и степенные модели с длиной лага времени, равной 1, 2 и 3. Однако приемлемыми оказались лишь модели с лагом времени, равной единице: L_{2016} от L_{2015} ; L_{2017} от L_{2016} ; L_{2018} от L_{2017} ; L_{2018} от L_{2015} и L_{2017} от L_{2015} .

Анализ четырех ключевых статистических характеристик (r^2 , sey , F , A) показывает, что модели автокорреляции для показателя численности населения занятого в экономике L_{2016} от L_{2015} ; L_{2017} от L_{2016} и L_{2018} от L_{2017} равно приемлемы. Так, величины индекса детерминации (r^2), стандартной ошибки для зависимой переменной (sey) и средней ошибки аппроксимации (A , %) колеблются в пределах:

$$0,9992 < r^2 < 0,9998; 99,4 < sey < 102,3; 1,01 < A < 1,06.$$

Наибольший интерес в моделях представляют параметры моделей (b , m). Их величины для пяти приемлемых моделей авторегрессии для показателя численности занятых в экономике по данным 37-ми административных районов Республики Дагестан за 2015, 2016, 2017, 2018 гг. приведены в таблице 8.

Таблица 7

Численность занятых в экономике для совокупности 37-ми административных районов Республики Дагестан за текущий год от предыдущего (по данным за 2015, 2016, 2017 и 2018 гг.)

			2015	2016	2017	2018
1	2	3	4	5	6	7
1	1	Агульский	2479,4	2492,2	2505,0	2517,9
2	20	Кулинский	2647,4	2629,3	2611,2	2593,1
3	23	Лакский	2860,5	2854,7	2849,0	2843,2
...	...	...	...	...	...	...
36	12	Дербентский	25092,9	25065,7	25038,4	25011,2
37	35	Хасавюртовский	35592,1	36230,9	36869,8	37508,6
		сумма	352668,9	355520,5	358372,1	361223,7
		срзнач	9796,4	9875,6	9954,8	10034,0

Примечание: в столбце 1-м номера расположения административных районов в порядке возрастания численности работников, столбце 2-м номера расположения административных районов по алфавиту.

Таблица 8

Величины параметров моделей авторегрессии построенных для показателя численности населения занятого в экономике по данным 37 административных районов Республики Дагестан за 2015, 2016, 2017, 2018 гг.

	линейн			степен	
	b	m		b	m
L_{2016} от L_{2015}	-59,6	1,014274		0,9689	1,0042
L_{2017} от L_{2016}	-60,7	1,014273		0,9671	1,0044
L_{2018} от L_{2017}	-61,8	1,014261		0,9653	1,0046
L_{2018} от L_{2015}	-178,8	1,042822		0,9095	1,0126
L_{2017} от L_{2015}	-119,2	1,028548		0,9388	1,0084

Сформулируем ряд выводы по данным таблицы 8:

– во всех пяти линейных моделях величины параметра (b) являются отрицательными и представляют не значительный аналитический интерес;

– весьма незначительно различаются между собой величины параметра (m) в линейных моделях, представляющие наибольший интерес, поскольку они показывают, на какую величину может увеличиться зависимый показатель модели, если величину лаговой переменной увеличить на одну абсолютную единицу (в первых трех моделях они различаются на миллионные доли единицы);

– параметр (m) в степенных моделях также представляют наибольший интерес; они показывают, на сколько процентов может увеличиться зависи-

мый показатель модели, если величину лаговой переменной увеличить на один процент (1%) (в первых трех моделях они различаются на десятитысячные доли процента);

– с нашей точки зрения, представляют интерес модели авторегрессии для моделей с длиной лага времени равной двум, но с одной лаговой переменной (5-я и 6-я модели).

Нами была сделана попытка построить модели авторегрессии для показателя численности населения, занятого в экономике с длиной лага времени равной двум и трем, т.е. соответственно с двумя и тремя лаговыми переменными. Однако анализ величин двух ключевых статистических характеристик (r^2 , se) и параметров (b, m_1 , m_2) свидетельствует о том, что строить модели авторегрессии

показателя численности занятых в экономике для совокупности однотипных экономических объектов (в нашем случае административных районов Республики Дагестан) за данный временной период от данных для этой совокупности с лагом времени с двумя-тремя лаговыми переменными не целесообразно, поскольку лаговые переменные оказались взаимно коррелированными зависимостями.

Заслуживает внимания еще один вид построенных нами моделей с распределенным лагом времени для зависимости ВРП за 2018 г. от численности населения занятого в экономике и стоимости основных фондов за 2015, 2016, 2017 гг. В таблице 9 приведен фрагмент с данными для построения таких моделей.

По данным таблицы 9 нами построены пять моделей с распределенным лагом времени, выражающих зависимость ВРП за 2018 г. от численности населения занятого в экономике и стоимости основных фондов за 2015, 2016, 2017 гг., построенных для 37 административных районов РД.

В таблице 10 приведены величины параметров и четырех статистических характеристик моделей с распределенным лагом времени, выражающих зависимость ВРП за 2018 г. от численности населения занятого в экономике и стоимости основных фондов за 2015, 2016, 2017, 2018 гг., построенных для 37 административных районов РД.

Таблица 9

Величины показателей 37 административных районов РД для построения моделей с распределенным лагом времени, выражающих зависимость ВРП (млн.руб.) за 2018 г. от численности населения занятого в экономике (чел.) и стоимости основных фондов (млн.руб.) за 2015, 2016, 2017 гг.

		2015	2015	2016	2016	2017	2017	2018
	Наименование районов	числ. занятых в эк-ке	Ст-ть ОФ	числ. занятых в эк-ке	Ст-ть ОФ	числ. занятых в эк-ке	Ст-ть ОФ	ВРП
		Lt-3	Kt-3	Lt-2	Kt-2	Lt-1	Kt-1	Yt
1	Агульский	2479,4	87	2492,2	101	2505,0	98	191,2
2	Акушинский	12731,3	148	12730,5	174	12729,7	172	407,0
3	Ахтынский	7901,5	135	7837,8	146	7774,1	178	351,3
...	...	...	...	...	...	...	...	...
36	Чародинский	2803,4	170	2878,3	171	2953,3	171	248,5
37	Шамильский	6716,9	214	6776,7	232	6836,5	226	429,0

Таблица 10

Величины параметров и ключевых статистических характеристик моделей с распределенным лагом времени, выражающих зависимость ВРП за 2018 г. от численности населения занятого в экономике и стоимости основных фондов за 2015, 2016, 2017 гг., построенных для 37 административных районов РД

Y ₂₀₁₈ от L ₂₀₁₇ , K ₂₀₁₇			Y ₂₀₁₈ от L ₂₀₁₆ , K ₂₀₁₆		
m ₂	m ₁	b	m ₂	m ₁	b
2,0054	0,0062	-41,335	1,8641	0,0128	14,596
r ²	sey	F	r ²	sey	F
0,9868	77,861	1272,8	0,953	147	344,8
A, %	срзнач		A, %	срзнач	
8,32	936		15,71	936,0	

продолжение табл. 10

окончание табл. 10						
Y_{2018} от L_{2015}, K_{2015}						
m_2	m_1	b				
1,9637	0,0094	55,864				
r^2	sey	F				
0,9238	187,156	206,2				
A, %	срзнач					
20,00	936,0					
Y_{2018} от $L_{2016}, K_{2016}, L_{2017}, K_{2017}$						
m_4	m_3	m_2	m_1	b		
2,191	0,0266	-0,1845	-0,0209	-43,729		
r^2	sey	F				
0,9871	79,4	612,2				
A, %	срзнач					
8,48	936					
Y_{2018} от $L_{2015}, K_{2015}, L_{2016}, K_{2016}, L_{2017}, K_{2017}$						
m_6	m_5	m_4	m_3	m_2	m_1	b
2,2609	0,0031	0,1044	0,000000	-0,4084	0,0046	-51,78
r^2	sey	F				
0,9882	77,2	518,2				
A, %	срзнач					
8,25	936,0					

В соответствии с величинами статистических характеристик все модели из таблицы 10 являются приемлемыми. Так, величины (r^2) находятся в пределах $0,9238 < r^2 < 0,9882$; это означает, что все модели являются высоко приемлемыми. Величина средней ошибки аппроксимации для трех моделей менее 9 % (при $A < 10$ % модель считается «хорошей»).

В двух моделях величина (A, %) составляет 15,7 и 20,0% соответственно, что можно назвать весьма близкой к оценке «хорошо».

Главный интерес в моделях представляют их параметры. Параметр (b) в трех моделях имеют отрицательное значение. Оба параметра m_1, m_2 при лаговых переменных за каждый год являются положительными. В четвертой модели параметры при двух переменных L_{2017}, K_{2017} являются отрицательными, а при двух других L_{2016}, K_{2016} – положительными. В пятой модели только один параметр при переменной L_{2017} – отрицателен.

Выводы

Проведенное в рамках настоящей статьи исследование позволяет сформулировать определенные выводы и предложения. Ниже приведены некоторые из них.

1. Одной из известных задач, с которой началось применение математических методов и компьютерных моделей является выявление, описание и анализ зависимости объема производства продукции от двух ключевых ресурсов (стоимости основных фондов и численности работников). Такие задачи приходится решать экономическим объектам на всех уровнях управления: от предприятий, административных районов, регионов, отраслей экономики. В зависимости от того для каких экономических объектов и за какой временной период различают два вида таких задач: а) для совокупности экономических объектов за один и тот же временной период; б) для отдельного экономического объекта за ряд последовательных моментов времени.

2. В зависимости от вида данных модели выражающие зависимость ВРП (Y_t) за данный момент времени от его значений за один, два и более предыдущих моментов времени (Y_{t-1} , Y_{t-2} , Y_{t-3} , ...) называются моделями авторегрессии. Их схематическая запись имеет вид

$Y_{it} = f(Y_{i(t-1)}, Y_{i(t-2)}, Y_{i(t-3)}, \dots)$ – модель авторегрессии для ВРП;

$Y_{it} = f(X_{i(t-1)}, X_{i(t-2)}, X_{i(t-3)}, \dots)$ – модель с распределенным лагом времени для зависимости ВРП от величин одного из ресурсов.

3. Особенность предлагаемого нами подхода состоит в построении принципиально новых моделей с лагом времени для новых целей по данным совокупности экономических объектов (в нашем случае для административных районов Республики Дагестан).

Нами построены модели авторегрессии с распределенным лагом времени, выражающих зависимость ВРП (млн. руб.) за 2018 г. от численности населения занятого в экономике (чел.) и стоимости основных фондов (млн.руб.) по данным 37 административных районов РД за 2015, 2016, 2017 гг.

4. При построении моделей с лагом времени приходится выполнять множество расчетов. Рассчитать их вручную – задача практически не реализуемая. С появлением вычислительной техники и соответствующих программных средств, в т.ч. прикладных (например, MS Office) все расчеты, связанные с построением корреляционно-регрессивных моделей удалось автоматизировать. Необходимые для настоящего исследования расчеты нами выполнены с помощью встроенных математических и статистических функций из «Мастера функций» в MS Excel.

5. Нами построены 12 моделей авторегрессии (по шесть – линейного и степенного видов) для показателя ВРП: 1) Y_{2016} от Y_{2015} ; 2) Y_{2017} от Y_{2016} ; 3) Y_{2018} от Y_{2017} ; 4) Y_{2016} от Y_{2015} , Y_{2016} ; 5) Y_{2017} от Y_{2016} , Y_{2017} ; 6) Y_{2018} от Y_{2015} , Y_{2016} , Y_{2017} .

Ниже приведена математическая запись моделей авторегрессии с длиной лага времени 1,2,3:

Линейные модели авторегрессии с лаговыми переменными:

$$Y_{2018} = -23,6 - 0,0485 * Y_{2017} - 0,0948 * Y_{2016} + 1,2294 * Y_{2015}.$$

Модели авторегрессии с лаговыми переменными степенного вида:

$$Y_{2018} = 0,8774 * Y_{2017}^{0,0128} * Y_{2016}^{0,0210} * Y_{2015}^{0,9948}.$$

6. Большинство ученых, занимающихся моделированием в экономике, авторегрессионные модели строят в основном для показателей объемов производства продукции в стоимостном выражении. Мы считаем, что модели авторегрессии можно и следует строить не только для показателей производства продукции, но и для ресурсных показателей. Такие расчеты, выполненные нами, показали их целесообразность. В частности, с нашей точки зрения модели авторегрессии можно строить для любого из трех рассматриваемых показателей: ВРП, стоимость основных фондов и численности населения занятого в экономике административных районов РД.

В настоящем исследовании нами построены пять моделей авторегрессии для показателя численности населения занятого в экономике административных районов РД: L_{2016} от L_{2015} , L_{2017} от L_{2016} , L_{2018} от L_{2017} , L_{2016} от L_{2015} , L_{2017} от L_{2015} .

7. Заслуживает внимания еще один вид из построенных нами моделей с распределенным лагом времени – для зависимости ВРП за 2018 г. от численности населения занятого в экономике и стоимости основных фондов за 2015, 2016, 2017 гг. Таких моделей построены пять. Ниже приведены две из них:

$$Y_{2018} = -43,729 - 0,0209 * L_{2017} - 0,1845 * K_{2017} + 0,0266 * L_{2016} + 2,1910 * K_{2016},$$

$$Y_{2018} = -51,777 + 0,0046 * L_{2017} - 0,4084 * K_{2017} + 0,000000 * L_{2016} + 0,1044 * K_{2016} + 0,0031 * L_{2015} + 2,2609 * K_{2015}$$

Библиографический список

1. Адамадзе К.Р., Адамадзе А.К. Компьютерное моделирование в экономике: учебное пособие. 2-е изд., доп. и перераб. Махачкала: Издательство ДГУ, 2020. 360 с.

2. Экономический анализ: учебник для бакалавров / под ред. Н.В. Войтоковского, Л.И. Калининой, И.И. Мазуровой. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2014. 548 с.
3. Гранберг А.Г. Основы региональной экономики: Учебник для вузов. М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2004. 495 с.
4. Экономико-математическое моделирование: учебник для студентов вузов / Под общ. ред. И.Н. Дрогобыцкого. М.: Издательство «Экзамен», 2004. 800 с.
5. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: учебник для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 311 с.
6. Гаджиев Н.К. Анализ основных фондов промышленных предприятий Республики Дагестан, проведенный с использованием разработанного модельно-компьютерного инструментария // Современные проблемы цифровой трансформации экономики, образования и государственного управления: Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. Махачкала: АЛЕФ, 2019. С. 281-290.
7. Магомедгаджиев Ш.М. Оценка динамики показателей цифровой экономики Республики Дагестан с помощью методов моделирования // Современные проблемы цифровой трансформации экономики, образования и государственного управления: Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. Махачкала: АЛЕФ, 2019. С. 419-424.
8. Петросянц В.З., Ашурбекова Э.М. Системное моделирование регионального развития проблемных территорий в условиях формирования инновационной экономики // Проблемы формирования и реализации промышленной политики депрессивного региона: Материалы Всероссийской научно–практической конференции. Махачкала, ГУП «Типография ДНЦ РАН», 2009. С. 93-104.
9. Адамадзиев К.Р., Гасанова Н.Р. Оценка связей и зависимостей между экономическими показателями регионов по пространственным данным с помощью многофакторных уравнений регрессии // Фундаментальные исследования. 2017. № 11-1. С. 164-170.